

Primer Examen Parcial de Álgebra Lineal
18 de Marzo del 2017
Puntaje. Sólo para uso Oficial

Nombre: _____
Cédula: _____ Grupo: _____
Número Asignado: 837

1-6 (/42)	7-9(/22)	8(/26)	10(/10)	Total	Nota

Firma: _____
(Entiendo que cometer fraude es una falta disciplinaria grave)

Instrucciones: Antes de empezar verifique que su examen esté **completo** y que sus **datos** sean **correctos**. Por favor verifique que su celular esté **apagado**. No está permitido el uso de calculadora ni de otros aparatos electrónicos. Solucione las preguntas en los espacios en blanco asignados a cada una de ellas. No está permitido sacar hojas en blanco ni ningún tipo de apuntes durante el examen. **Duración: 1 hora y 50 minutos.**

I. Completación

En las preguntas 1 a 6 complete los espacios en blanco. **NOTA:** En esta sección se califica sólo la respuesta y no se tiene en cuenta el procedimiento.

1. [8pt] Sean u y v vectores de \mathbb{R}^n tales que $\|u\| = 7$ y $\|v\| = 2$, entonces

$\max \|u + v\|^2 =$ _____ y $\min \|u + v\|^2$ es: _____

2. [8pt] Determine cuántas soluciones tiene el sistema (Escriba la respuesta en la línea debajo de cada sistema)

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 + 10x_3 &= 4 \\ 5x_1 + 11x_2 &= 10 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u + 3v + 5w + z &= 0 \\ 4u - 7v - 3w - z &= 0 \\ 3u + 2v + 7w + 8z &= 0 \end{aligned}$$

3. [6pt] Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas (Marque V o F según el caso).

- (a) Un sistema de ecuaciones homogéneo con más ecuaciones que variables tiene infinitas soluciones _____
 (b) Todo sistema no homogéneo con más variables que ecuaciones es consistente _____
 (c) Sea $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ un conjunto de vectores de \mathbb{R}^3 tal que $\text{gen}V = \mathbb{R}^3$ entonces V es L.I. _____

4. [6pt] Sea A una matriz no nula de tamaño 5×5 y de rango 5, entonces el sistema $AX = b$ tiene solución $X =$ _____

5. [6pt] Si u, v y w son tres vectores de \mathbb{R}^5 , diga si las siguientes expresiones tienen sentido. Escriba SI o NO, según el caso.

(a) $w \cdot u + v$ _____

(b) $(u \cdot w)v$ _____

(c) $(v \cdot u)u \cdot w$ _____

6. [8pt] Sea $T = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ k \end{bmatrix} \right\}$

Determine los valores de k para que T sea L.D. $k =$ _____.

II. Solución con Procedimiento

7. [12pt] Sea $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. ¿Es A invertible? Si lo es, calcule a A^{-1} usando el método de Gauss-Jordan.

8. [26pt] Una programadora de los cajeros automáticos de un estacionamiento quiere saber todas las combinaciones posibles de cinco monedas de 100, 200 o 300 pesos que sumen 1000 pesos con la finalidad de incluir todas las opciones en su programa. Plantee el sistema de ecuaciones correspondiente, explique con claridad las variables y determine todas las combinaciones posibles que contienen cinco monedas.

9. [10pt] Determine si los vectores generan a \mathbb{R}^3

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

10. [10pt] Sean u, v y w vectores en \mathbb{R}^n . Demuestre que si ninguno de ellos se puede escribir como combinación lineal de los otros dos, entonces los tres vectores son linealmente independientes.