Segundo Examen Parcial de Álgebra Lineal
30 de Abril de 2016

Puntaje. Sólo para uso Oficial

1 – 5	6	7	8	**TOTAL**	**NOTA**

Instrucciones: La duración del examen es de 1 hora y 50 minutos. El examen consta de nueve preguntas en dos hojas impresas por ambos lados, verifique que su examen esté completo y consérvelo con el gancho. En las preguntas con procedimiento justifique sus respuestas en los espacios asignados. No está permitido sacar hojas en blanco ni ningún tipo de apuntes durante el examen, verifique que su celular esté apagado. No se permite el uso de calculadora.

IDENTIFICACIÓN

Nombre: ______________________________ Cédula ______________

Profesor: ______________________________ Grupo ______________

I. Completación

En las preguntas 1 a 5 complete los espacios en blanco. **NOTA**: En esta sección se califica sólo la respuesta y no se tiene en cuenta el procedimiento.

1. [8*pt*] Suponga que todas las matrices son invertibles y resuelva la ecuación matricial dada para X. Simplifique tanto como sea posible. $(A^{-1}X)^{-1} = A(B^{-2}A)^{-1}$

   $X =$

2. [8*pt*] Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Determine si $v = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ está en Nul(A)

   (Escriba SI o NO según el caso) ______________________________.

3. [8*pt*] Sea $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ la transformación que refleja un vector en el eje y. Halle la matriz estándar de T.

   $[T] =$

4. [8*pt*] Sea $V = M_{2\times 2}$. Determine si el conjunto $\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \right\}$ es una base del espacio vectorial V.
   (Escriba SI o NO según el caso) ________________________________.

5. [8*pt*] Sea $T : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ la transformación lineal definida por $T(a + bx + cx^2) = \begin{bmatrix} a - b \\ b + c \end{bmatrix}$ ¿Cuáles, si es el caso, de los polinomios siguientes se encuentran en el Kernel (o Núcleo) de T?

   $i)$ $1 + x$ $\qquad$ $ii)$ $x - x^2$ $\qquad$ $iii)$ $1 + x - x^2$

   (Si ninguno está, escriba NINGUNO) ________________________________

II. Solución con Procedimiento

6. [12*pt*] Suponga que A y B son matrices $n \times n$ invertibles. Demostrar que AB también es invertible.

7. [28*pt*]

(a) [14*pt*] Determine si $W = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \\ |a| \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, a, b \in \mathbb{R} \right\}$ es subespacio de $\mathbb{R}^3$.

(b) [14*pt*] Determine si $\mathcal{B} = \{x, 1 + x, x - x^2\}$ es una base para $\mathcal{P}_2$.

8. [20pt] Sea $T : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ la transformación lineal definida por

$$T(a + bx + cx^2) = \begin{bmatrix} c - a \\ a + b - 3c \end{bmatrix}$$

   (a) [10pt] Determinar si T es inyectiva.

   (b) [10pt] Determinar si T sobreyectiva.