Segundo Examen Parcial de Álgebra Lineal
26 de Octubre del 2015

Puntaje. Sólo para uso Oficial

1 – 5	6	7	8	9	TOTAL	NOTA

Instrucciones: La duración del examen es de 1 hora y 45 minutos. El examen consta de nueve preguntas en dos hojas impresas por ambos lados, verifique que su examen esté completo y consérvelo con el gancho. En las preguntas con procedimiento justifique sus respuestas en los espacios asignados. No está permitido sacar hojas en blanco ni ningún tipo de apuntes durante el examen, verifique que su celular esté apagado. No se permite el uso de calculadora.

IDENTIFICACIÓN

Nombre: ____________________ Cédula ____________

Profesor: ____________________ Grupo ____________

I. Completación

En las preguntas 1 a 6 complete los espacios en blanco. **NOTA**: En esta sección se califica sólo la respuesta y no se tiene en cuenta el procedimiento.

1. [8pt] Si $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ y X es una matriz tal que $AX = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$. Encuentre X.

$X =$

2. [8pt] Determine si $b = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ está en $Col(C)$ y si $w = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ está en $Ren(C)$ donde la matriz $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (Escriba SI o NO según el caso)

   (a) $b \in Col(C)$ ____________________

   (b) $w \in Ren(C)$ ____________________

3. [4pt] Si B es una matriz 3×5, los posibles valores de $nulidad(B)$ son ____________________.

4. [8*pt*] Sea $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ la transformación definida por $T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 \\ -x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$. Determine si el vector está en $Im(T)$ (Escriba SI o NO según el caso).

   (a) $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ______________________________

   (b) $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ______________________________

5. [8*pt*] Supongamos que D es una matriz 6×9 que tiene rango 4. Encontrar $\dim(Col(D))$ y $\dim(Nul(D))$.

$\dim(Col(D)) =$	$\dim(Nul(D)) =$

6. [12*pt*] Sea A una matriz 3×3 tal que $det(A) = 5$. Encuentre

   (a) $det(3A)$ (b) $det(2A^{-1})$ (c) $det((2A)^{-1})$

II. Solución con Procedimiento

7. [16pt] Dadas las transformaciones lineales $T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 \end{bmatrix}$ y $S\left(\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} y_1 + 3y_2 \\ 2y_1 + y_2 \\ y_1 - y_2 \end{bmatrix}$, encuentre $S \circ T$.

8. [16pt] Encuentre la dimensión del espacio vectorial y proporcione una base.

$$V = \{p(x) \in \mathcal{P}_2 \mid p(0) = 0\}.$$

9. [20*pt*] Sea $T : \mathbb{R}^3 \to M_{2\times 2}$ la transformación lineal definida por

$$T\left(\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a-b & b-c \\ a+b & b+c \end{bmatrix}.$$

   (a) [10*pt*] Determinar si T es inyectiva.

   (b) [10*pt*] Determinar si T sobreyectiva.