

**Segundo Examen Parcial de Álgebra Lineal
15 de Octubre del 2016**

Puntaje. Sólo para uso Oficial

1 - 5	6	7	8	TOTAL	NOTA

Instrucciones: La duración del examen es de 1 hora y 50 minutos. El examen consta de nueve preguntas en dos hojas impresas por ambos lados, verifique que su examen esté completo y consérvelo con el gancho. En las preguntas con procedimiento justifique sus respuestas en los espacios asignados. No está permitido sacar hojas en blanco ni ningún tipo de apuntes durante el examen, verifique que su celular esté apagado. No se permite el uso de calculadora.

IDENTIFICACIÓN

Nombre: _____ Cédula _____

Profesor: _____ Grupo _____

I. Completación

En las preguntas 1 a 5 complete los espacios en blanco. **NOTA:** En esta sección se califica sólo la respuesta y no se tiene en cuenta el procedimiento.

1. [10pt] Sea $H = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} \mid x - y + z = 0, w = 0 \right\}$.

(a) [5pt] Halle una matriz A tal que $H = \text{Nul}(A)$.

$A =$

(b) [5pt] Halle una base para $\text{Ren}(A)$.

Base para $\text{Ren}(A) =$

2. [8pt] Sea B una matriz de tamaño 5×5 tal que $BX = 0$ tiene solución única. ¿Cuál es el rango de B ?

$\text{Rango}(B) =$

3. [8pt] Determine si el conjunto de polinomios es L.I. o L.D. en \mathcal{P}_3 .

$$\{x, 1 + x, 2 - x^2, 1 + x^2, x - 2x^3\}$$

(Escriba L.I o L.D. según el caso) _____.

4. [8pt] Determine si puede o no existir una matriz A de tamaño 4×3 tal que $\text{Nul}(A) = \text{gen}\left(\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}\right)$ y

$$\text{Col}(A) = \text{gen}\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right)$$

(Escriba SI o NO según el caso) _____.

5. [8pt] Sea $T : \mathcal{P}_2 \rightarrow \mathcal{P}_4$ la transformación lineal definida por $T(p(x)) = x^2p(x)$ ¿Cuáles, si es el caso, de los polinomios siguientes se encuentran en el Kernel (o Núcleo) de T ?

i) $1 + x$

ii) $x - x^2$

iii) $1 + x - x^2$

(Si ninguno está, escriba NINGUNO) _____.

II. Solución con Procedimiento

6. [14pt] Determine si la transformación lineal es invertible. En caso afirmativo, encuentre T^{-1} .

$$T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 \\ -3x_1 + x_2 \end{bmatrix}$$

7. [14pt] Muestre que la transformación $S : \mathcal{P}_2 \rightarrow \mathcal{P}_2$ definida como

$$S(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_0 + (a_1 + a_2)x + (2a_0 - 3a_1)x^2$$

es una transformación lineal.

8. [30pt]

(a) [14pt] Determine si $W = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mid x \geq 0, y \geq 0 \right\}$ es subespacio de \mathbb{R}^2 .

(b) [16pt] Determine la dimensión del espacio vectorial y proporcione una base para V .

$$V = \{V \in M_{2 \times 2} \mid A \text{ es triangular superior}\}$$