Segundo Examen Parcial de Álgebra Lineal
23 de Octubre del 2017

Puntaje. Sólo para uso Oficial

1 – 5	6	7	8	9	**TOTAL**	**NOTA**

Instrucciones: La duración del examen es de 1 hora y 50 minutos. El examen consta de nueve preguntas en dos hojas impresas por ambos lados, verifique que su examen esté completo y consérvelo con el gancho. En las preguntas con procedimiento justifique sus respuestas en los espacios asignados. No está permitido sacar hojas en blanco ni ningún tipo de apuntes durante el examen, verifique que su celular esté apagado. No se permite el uso de calculadora.

IDENTIFICACIÓN

Nombre: ____________________________________ Cédula ____________

Profesor: ____________________________________ Grupo ____________

I. Completación

En las preguntas 1 a 5 complete los espacios en blanco. **NOTA**: En esta sección se califica sólo la respuesta y no se tiene en cuenta el procedimiento.

1. [8*pt*] Determine si $u = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ está en Col(D) y si $w = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ está en Nul(D), donde la matriz D está dada por $D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. (Escriba SI o NO según el caso).

   (a) $u \in \text{Col}(D)$ ____________________________________

   (b) $w \in \text{Nul}(D)$ ____________________________________

2. [8*pt*] Sea $V = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \;\middle|\; y = x^2 \right\}$. Determinar si V es subespacio de $\mathbb{R}^2$. (Escriba SI o NO según el caso). ____________________________________

3. [8*pt*] Si C es una matriz 3×5, los posibles valores de Rango(C) son: ____________________.

4. [8*pt*] Señale el valor de verdad de cada enunciado. (Marque V o F según sea el caso).

   (a) Si $F : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^3$ es una transformación lineal, entonces F es necesariamente sobreyectiva. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (b) Si $R : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^3$ es una transformación lineal sobreyectiva, entonces R es inyectiva. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (c) Si A, B, C son matrices en $M_{2\times 2}$, entonces A, B, C son necesariamente L.D. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (d) Si $S : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^5$ una transformación lineal, entonces F es necesariamente inyectiva. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

5. [8*pt*] Supongamos que H es una matriz 5×7 que tiene rango 4. Encontrar $\dim(\mathrm{Ren}(H))$ y $\dim(\mathrm{Nul}(H))$.

$\dim(\mathrm{Ren}(H)) =$	$\dim(\mathrm{Nul}(H)) =$

II. Solución con Procedimiento

6. [10*pt*] Sea $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal definida por $T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x - y \\ y \\ 2x \end{bmatrix}$. Calcule $\dim(\mathrm{Im}(T))$.

7. [15pt] Dadas las transformaciones lineales $R\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 \\ x_1 + x_2 \end{bmatrix}$ y $S\left(\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} y_3 \\ -y_1 \end{bmatrix}$, encuentre la matriz estándar de la transformación $S \circ R$.

8. [15pt] Sea $V = \{A \in M_{2\times 2} \mid a_{1,1} = 0, a_{2,2} = 0\}$. Encuentre la dimensión del espacio vectorial V y proporcione una base para V.

9. [20pt] Sea $T : \mathcal{P}_2 \to M_{2\times 2}$ la transformación lineal definida por

$$T(ax^2 + bx + c) = \begin{bmatrix} a-b & b-c \\ a+b & b+c \end{bmatrix}.$$

   (a) [10pt] Determinar si T es inyectiva.

   (b) [10pt] Determinar si T sobreyectiva.