Tercer Examen Parcial de Álgebra Lineal
25 de Mayo de 2016

Puntaje. Sólo para uso Oficial

1 – 5	6	7	8	**TOTAL**	**NOTA**

Instrucciones: La duración del examen es de 1 hora y 50 minutos. El examen consta de nueve preguntas en dos hojas impresas por ambos lados, verifique que su examen esté completo y consérvelo con el gancho. En las preguntas con procedimiento justifique sus respuestas en los espacios asignados. No está permitido sacar hojas en blanco ni ningún tipo de apuntes durante el examen, verifique que su celular esté apagado. No se permite el uso de calculadora.

IDENTIFICACIÓN

Nombre: ______________________________ Cédula ______________

Profesor: ______________________________ Grupo ______________

I. Completación

En las preguntas 1 a 5 complete los espacios en blanco. **NOTA**: En esta sección se califica sólo la respuesta y no se tiene en cuenta el procedimiento.

1. [10*pt*]

   (a) [5*pt*] Dibuje en el cuadro de la derecha un grafo cuya matriz de adyacencia sea $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

   (b) [5*pt*] Diga el número de 2-trayectorias del nodo 1 al nodo 4 en este grafo. ______________

2. [12*pt*] Diga si los siguientes enunciados son falsos o verdaderos: Escriba (V) verdadero o (F) falso según el caso.

   ( ) [3*pt*] Dos vectores propios correspondientes al mismo valor propio de una matriz son linealmente dependientes.

   ( ) [3*pt*] Todo conjunto ortogonal de vectores no nulos en $\mathbb{R}^n$ es linealmente independiente.

   ( ) [3*pt*] La matriz de adyacencia de un digrafo es simétrica.

   ( ) [3*pt*] Si Q es una matriz ortogonal entonces el ángulo entre x y z es igual al ángulo entre Qx y Qz.

3. [8*pt*] Sea B una matriz 4×4 con valores propios $\lambda_1 = 2$ con multiplicidad algebraica igual a tres y $\lambda_2 = 5$ con multiplicidad algebraica igual a uno. Calcule $\det(B)$.

   $\det(B) =$

4. [8*pt*] Supongamos que la matriz de transición de un proceso de Markov es la matriz $P = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/4 \\ 1/2 & 3/4 \end{bmatrix}$.
   Calcule el estado estacionario de este proceso de Markov.

   Vector Estacionario=

5. [8*pt*] Encuentre la matriz simétrica asociada a la forma cuadrática $x^2 - 2y^2 + z^2 - 4xz$.

   Matriz =

II. Solución con Procedimiento

6. [14*pt*] Supongamos que E es una matriz 2×2 con vectores propios $v_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ y $v_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ correspondientes a los valores propios $\lambda_1 = 1$ y $\lambda_2 = 2$ respectivamente. Encontrar E^2.

7. [20*pt*]

   (a) [10*pt*] Diagonalice ortogonalmente la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

   (b) [5*pt*] Utilice el numeral anterior y un cambio de variables para escribir la ecuación $2x^2+2xy+2y^2 = 3$ en forma estándar, es decir, sin términos mixtos. Describa claramente el cambio de variables utilizado.

   (c) [5*pt*] Utilice los numerales anteriores para identificar la curva $2x^2 + 2xy + 2y^2 = 3$.

8. [20*pt*] Sea $W = \text{gen}\left\{\begin{bmatrix}1\\-1\\1\end{bmatrix}\right\}$.

   (a) [12*pt*] Encuentre una base ortogonal para $W^{\perp}$.

   (b) [8*pt*] Sea $v = \begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}$. Encuentre $\text{proy}_W(v)$ y $\text{proy}_{W^{\perp}}(v)$.