TERCER EXAMEN PARCIAL DE ÁLGEBRA LINEAL
31 DE MAYO DEL 2017

Puntaje. Sólo para uso Oficial

1-15 (/60)	16 (/15)	17 (/10)	18 (/15)	**Total**	**Nota**

Nombre: ______________________

Cédula: ____________ Grupo: __

NÚMERO ASIGNADO: **774**

Firma: ______________________

(Entiendo que cometer fraude es una falta disciplinaria grave)

Instrucciones: Antes de empezar verifique que su examen esté **completo** y que sus **datos** sean **correctos**. Por favor verifique que su celular esté **apagado**. No está permitido el uso de calculadora ni de otros aparatos electrónicos. Solucione las preguntas en los espacios en blanco asignados a cada una de ellas. No está permitido sacar hojas en blanco ni ningún tipo de apuntes durante el examen. **Duración: 1 hora y 50 minutos**.

INFORMACIÓN IMPORTANTE

Los siguientes datos se utilizarán en varias partes del examen

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} -5 & 8 & 12 \\ -4 & 7 & 12 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$z_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad z_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad z_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

I. SELECCIÓN MÚLTIPLE

En las preguntas 1 a 7 de selección múltiple, lo único que se califica es la respuesta.

1. (5) Sea $W = gen\{v_2, v_3\}$, el subespacio generado por los vectores v_2 y v_3. Entonces $proy_W(z_1) =$

   a. $\begin{bmatrix} 2/3 \\ -1/3 \\ 1 \\ 1/3 \end{bmatrix}$ b. $\begin{bmatrix} 4/9 \\ -2/3 \\ 5/9 \\ 16/9 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} 0 \\ 5/6 \\ 5/3 \\ 5/6 \end{bmatrix}$ d. $\begin{bmatrix} 1/3 \\ 0 \\ 2/3 \\ -2/3 \end{bmatrix}$ e. Ninguna de las anteriores

2. (5) El vector $P = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ es un vector propio de H asociado al valor propio

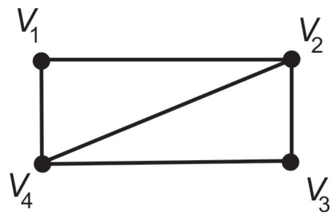
   a. 1 b. -1 c. -2 d. 3 e. Ninguna de las anteriores.

3. (5) Sobre el número $\lambda = -1$ puede decirse:
   a. Es un valor propio de G con multiplicidad geométrica igual a 2.
   b. Es un valor propio de G con multiplicidad algebraica igual a 2.
   c. Es un valor propio de G con multiplicidad algebraica igual a 1.
   d. El subespacio propio asociado a $\lambda = -1$ tiene dimensión 2.

4. (5) Sean A una matriz cuadrada $n \times n$ y λ un valor propio de A. Escoja la afirmación verdadera entre las siguientes:
   a. Si A tiene n valores propios distintos, entonces A es diagonalizable.
   b. Si A es invertible, entonces es diagonalizable.
   c. Si λ está repetido en la lista de valores propios de A entonces A no es diagonalizable.

d. λ es un valor propio de A^{-1}.
e. Ninguna de las anteriores.

5. (5) Para el grafo su matriz de adyacencia es:



a. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ b. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ d. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

6. (5) Cadenas de Markov: Una estudiante de idiomas tiene la siguiente organización:
a. Si un día estudia inglés, al día siguiente tiene una probabilidad 1/2 de estudiar inglés y de 1/2 de estudiar francés.
b. Si un día estudia francés, al día siguiente tiene una probabilidad 1/4 de estudiar inglés y de 3/4 de estudiar francés.
Construya la matriz de transición P para este ejercicio. Utilícela para responder la siguiente pregunta: ¿Si la estudiante estudia francés el día martes, cuál es la probabilidad de que la estudiante estudie francés el jueves siguiente?
a. 11/16 b. 5/16 c. 3/8 d. 5/8

7. (5) Cadenas de Markov: Para la matriz de transición P del ejercicio anterior, un vector estacionario es
a. $\begin{bmatrix} 3/4 \\ 1/4 \end{bmatrix}$ b. $\begin{bmatrix} 2/5 \\ 3/5 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} 1/3 \\ 2/3 \end{bmatrix}$ d. $\begin{bmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{bmatrix}$ e. Ninguna de las anteriores.
Nota: Un vector estacionario para una matriz de transición P es un vector propio asociado al valor propio $\lambda = 1$ que además cumple que la suma de sus componentes es 1.

II. SOLUCIÓN CON PROCEDIMIENTO

8. (20) Sea $W = gen\{v_1, v_3\}$ el subespacio generado por v_1 y v_3. Encuentre una base para $W^{\perp}$, el complemento ortogonal de W.

9. (15) Sea $T = \{z_1,\ z_2,\ z_3\}$. Utilice el proceso de Gram-Schmidt para encontrar una base ortogonal del subespacio generado por el conjunto T.

10. Para la matriz H :
    a. (10) Encuentre el polinomio característico de H.
    b. (10) Encuentre una base para el subespacio propio asociado al valor propio $\lambda = -1$.
    c. (10) ¿Es H diagonalizable? Si lo es, encuentre matrices D diagonal y P invertible tales que $P^{-1}HP = D$