

## Álgebra Lineal – Taller No 3

**Instrucciones.** Recuerde que los ejercicios marcados con \* indican un mayor nivel de dificultad que el resto y es importante que el estudiante ataque una razonable cantidad de ellos por sí mismo.

### Aplicaciones – Sistemas Lineales – Asignación de Recursos

- Una florista ofrece tres tamaños de arreglos florales que contienen rosas, margaritas y crisantemos. Cada arreglo pequeño contiene una rosa, tres margaritas y tres crisantemos. Cada arreglo mediano contiene dos rosas, cuatro margaritas y seis crisantemos. Cada arreglo grande contiene cuatro rosas, ocho margaritas y seis crisantemos. Un día, la florista nota que usó un total de 24 rosas, 50 margaritas y 48 crisantemos para surtir pedidos de estos tres tipos de arreglos. ¿Cuántos arreglos de cada tipo elaboró?
- Una empresa emplea tres personas  $A$ ,  $B$  y  $C$  temporalmente para producir cuatro tipos de artículos. El número de horas que participa cada empleado en la producción de UNA unidad de cada artículo se representa en la siguiente tabla:

Artículo	Empleado A	Empleado B	Empleado C
W	1	2	3
X	2	5	6
Y	1	0	4
Z	3	1	10

Suponiendo que los empleados  $A$ ,  $B$  y  $C$  tienen contratos por 120, 100 y 400 horas respectivamente, se desea determinar cuál es el número de unidades de cada tipo de artículo que se pueden producir durante el tiempo de los contratos.

- Plantee un sistema lineal de ecuaciones que permita resolver el problema.
  - Encuentre un intervalo, para la variable libre, donde las soluciones tengan sentido.
  - Suponga que la utilidad que obtiene la empresa al vender cada artículo es de \$10 por cada artículo del tipo W, \$12 por cada artículo del tipo X, \$14 por cada artículo del tipo Y, \$16 por cada artículo del tipo Z, y suponga que todos los artículos que se producen se pueden vender. Teniendo en cuenta las restricciones obtenidas en (b), encuentre el número de artículos que maximizan la utilidad de la empresa.
- En un tanque de agua, se cultivan tres tipos diferentes de peces alimentándolos con tres fuentes alimenticias distintas  $A$ ,  $B$  y  $C$ . Cada día 2500 unidades de  $A$ , 5500 de  $B$  y 8500 de  $C$  se colocan en el tanque. Cada pez consume cierto número de unidades de cada alimento por día de acuerdo a la siguiente tabla.

Tipo de pez	Alimento A	Alimento B	Alimento C
I	1	1	1
II	1	2	3
III	2	5	8

Suponiendo que los peces consumen todo el alimento, se desea determinar cuál es la cantidad de peces de cada tipo que se pueden cultivar.

- Plantee un sistema lineal  $A\vec{x} = \vec{b}$  que permita resolver el problema.
  - Halle la forma escalonada reducida de  $[A|\vec{b}]$ .
  - Determine el intervalo de los valores posibles para cada tipo de pez.
- \* Encuentre todas las combinaciones posibles de 20 monedas de 5, 10 y 25 centavos que sumen exactamente \$ 3.00.

### Aplicaciones – Sistemas Lineales – Redes y otras

- La figura 1(a) muestra una red de tuberías con flujos medidos en litros por minuto.
  - Establezca y resuelva un sistema de ecuaciones lineales para encontrar los flujos posibles.
  - Si el flujo a través de  $AB$  se restringe a 5 litros por minuto, ¿cuales serán los flujos a través de las otras ramas?

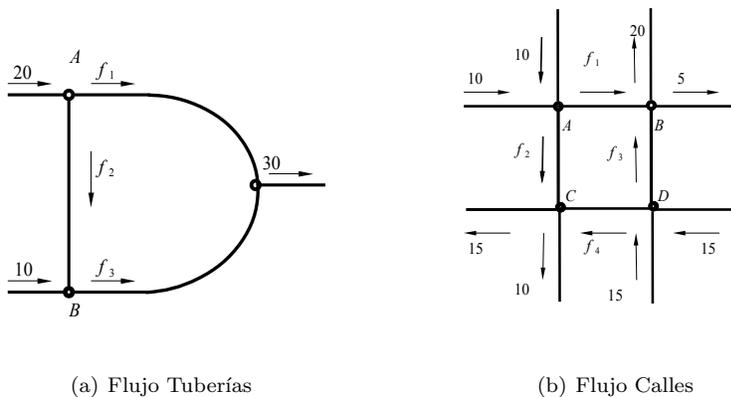
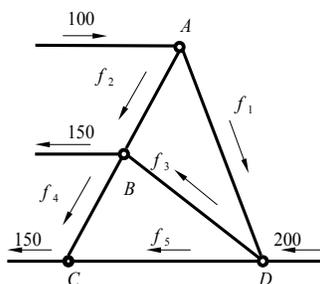
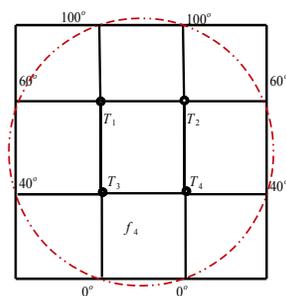


Figura 1:

- (c) ¿Cuales son los posibles flujos mínimo y máximo a través de cada rama?
  - (d) Se supuso que el flujo siempre es positivo. ¿Qué significaría un flujo negativo? Proporcione una ilustración de este ejemplo.
6. La parte central de Ciudad Gótica consiste de calles de un sentido como se muestra en la figura 1(b). En dicha figura, los números representan la cantidad promedio de vehículos por minuto que entran y salen de las intersecciones  $A, B, C$  y  $D$  durante las horas de oficina.
- (a) Establezca y resuelva un sistema de ecuaciones lineales para encontrar los flujos que faltan  $f_1, f_2, f_3, f_4$ .
  - (b) Si el tráfico se regula en  $CD$  de modo que  $f_4 = 10$  vehículos por minuto, ¿cuáles son los flujos promedio en las otras calles?
  - (c) ¿Cuáles son los posibles flujos mínimo y máximo en cada calle?
  - (d) ¿Cómo cambiaría la solución si todas las direcciones se invirtieran?
7. Una red de diques de irrigación se muestra en la figura dada a continuación, con flujos medidos en miles de litros por día.



- (a) Establezca y resuelva un sistema de ecuaciones lineales para encontrar los posibles flujos  $\{f_i : 1 \leq i \leq 5\}$ .
  - (b) Suponga que  $DC$  está cerrado. ¿Qué intervalo de flujo se necesitará mantener a través de  $DB$ ?
  - (c) Utilizando su solución al literal (a) explique por qué  $DB$  no puede cerrarse.
  - (d) Utilizando su solución al literal (a), determine los flujos mínimo y máximo a través de  $DB$ .
- 8.\* Considere la distribución de temperatura en el interior de una tubería de sección cuadrada como se muestra en la siguiente figura. La figura muestra las temperaturas en ocho puntos de la pared exterior. Se quiere conocer las temperaturas  $T_1, T_2, T_3, T_4$  de puntos uniformemente esparcidos en el interior de la tubería. Suponga que la temperatura en cada punto interior es el promedio de las temperaturas de los cuatro puntos más cercanos: norte, sur, este y oeste. Calcule las temperaturas desconocidas.



## Aplicaciones – Sistemas Lineales – Balanceo de Ecuaciones Químicas (Tema opcional)

9. Balancee la ecuación química de cada reacción

